

# ΦΥΣΙΚΗ

## Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

### ΘΕΤΙΚΗΣ - ΤΕΧΝ/ΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Συγγραφική ομάδα:

Πανελλαδικά Συνεργαζόμενα Φροντιστήρια

Τμήμα Φυσικής:

ΑΓΓΕΛΗΣ Β.	ΚΑΤΣΙΑΟΥΝΗΣ Κ.	ΠΑΛΑΪΝΗΣ Γ.
ΑΛΕΞΙΟΥ Β.	ΚΟΛΛΙΑΣ Κ.	ΠΑΝΙΔΗΣ Α.
ΑΛΕΞΟΠΟΥΛΟΣ Π.	ΚΟΝΤΟΓΕΩΡΓΑΚΟΥ Ν.	ΠΑΠΑΓΙΑΝΝΗΣ Κ.
ΑΝΑΣΤΑΣΑΚΗΣ Ν.	ΚΟΣΚΙΝΑΣ Σ.	ΠΑΠΑΔΑΚΗΣ Β.
ΑΝΔΡΙΟΠΟΥΛΟΣ Γ.	ΚΟΥΝΤΟΥΡΗΣ Π.	ΠΑΠΑΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΥ ΣΤ.
ΒΑΓΙΟΝΑΚΗΣ Ι.	ΚΟΥΡΟΣ Δ.	ΠΑΠΑΛΕΞΙΟΥ Γ.
ΒΑΡΒΑΡΑΣ Ι.	ΚΟΥΤΣΟΝΙΚΑ Ε.	ΠΑΠΑΜΙΧΑΗΛ Σ.
ΒΑΣΙΛΟΠΟΥΛΟΣ Γ.	ΚΡΗΤΙΚΟΣ Ι.	ΠΑΠΑΠΟΣΤΟΛΟΥ Ι.
ΒΕΪΤΗΣ Β.	ΚΥΡΙΑΚΑΤΗ Α.	ΠΑΠΠΟΥΣ ΧΡ.
ΓΑΒΡΙΕΛΗΣ Δ.	ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΟΣ Κ.	ΠΑΡΧΑΣ Θ.
ΓΑΖΗΣ Α.	ΛΑΖΙΔΟΥ Μ. - ΜΙΤΟΓΛΟΥ	ΠΑΤΣΑΤΖΗ Τ.
ΓΕΩΡΓΙΟΥ Β.	ΛΙΜΟΣ Δ.	ΠΕΡΔΙΚΑΚΗΣ Ν.
ΓΙΑΝΝΑΚΗΣ Π.	ΛΙΝΑΚΗΣ Κ.	ΠΕΤΡΙΔΗΣ Α.
ΓΙΟΜΠΛΙΑΚΗΣ Α.	ΛΙΝΑΡΑΟΥ Σ.	ΠΙΤΕΡΟΣ Τ.
ΓΚΡΟΣ Γ.	ΛΟΥΒΕΡΔΗΣ Σ.	ΠΥΡΙΟΧΟΥ Β.
ΓΡΑΜΜΑΤΙΚΑΚΗΣ Γ.	ΛΟΥΠΑΚΗΣ Σ.	ΡΟΥΠΑΚΑΣ Γ.
ΔΑΜΙΑΝΟΣ ΣΠ.	ΜΑΝΔΡΑΒΕΛΗΣ Π.	ΣΑΚΕΛΛΑΡΙΟΥ Ι.
ΔΕΛΗΓΙΑΝΝΗ Μ.	ΜΑΣΤΡΑΛΕΞΗΣ Δ.	ΣΑΛΤΑΡΗ Μ.
ΔΕΡΜΙΤΖΑΚΗ Μ.	ΜΑΤΣΟΣ Γ.	ΣΙΟΥΤΑΣ ΑΠ.
ΔΗΜΟΣ Ι.	ΜΑΥΡΟΜΙΧΑΗΛΗΣ Κ.	ΣΚΟΔΡΑΣ Δ.
ΔΡΑΚΑΚΗΣ Κ.	ΜΙΣΙΡΛΗΣ Σ.	ΣΤΑΘΗΣ Γ.
ΔΡΑΚΟΠΟΥΛΟΣ Α.	ΜΙΧΑΛΑΡΙΑΣ Χ.	ΣΤΑΘΟΠΟΥΛΟΣ Χ.
ΖΕΛΙΔΗΣ Χ.	ΜΟΣΧΟΒΟΣ Β.	ΤΕΠΕΤΕΣ Ν.
ΖΗΣΑΚΟΣ Β.	ΜΠΑΛΤΑΣ Θ.	ΤΟΥΜΠΗΣ Δ.
ΘΕΟΔΩΡΟΠΟΥΛΟΣ Σ.	ΜΠΑΛΤΑΣ Κ.	ΤΟΥΝΤΑΣ Κ.
ΚΑΚΑΛΕΤΡΗΣ Γ.	ΜΠΑΤΡΗΣ Β.	ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΙΔΗΣ Γ.
ΚΑΛΙΜΑΝΗΣ Ι.	ΜΠΕΜΠΗΣ Σ.	ΤΡΟΥΛΛΙΝΟΣ Γ.
ΚΑΛΠΟΥΖΑΝΗ Μ.	ΜΠΕΡΤΖΕΛΕΤΟΣ Γ.	ΤΣΑΠΡΟΥΝΗΣ Ι.
ΚΑΝΕΛΛΟΠΟΥΛΟΣ Ν.	ΜΠΙΖΕΛΗΣ Δ.	ΤΣΙΚΡΙΚΑΣ Ν.
ΚΑΠΕΤΑΝΟΣ Β.	ΝΙΚΟΛΑΪΔΗΣ Η.	ΦΡΑΓΚΚΟΥΛΙΔΗΣ Π.
ΚΑΡΑΓΙΩΡΓΟΣ Π.	ΝΤΡΕΣ Σ.	ΧΑΤΖΗΜΑΡΙΝΑΚΗΣ ΣΤ.
ΚΑΤΣΑΝΑΚΗΣ Α.	ΞΑΝΘΟΠΟΥΛΟΣ Χ.	ΧΙΩΤΑΚΗ Ζ.

Copyright © Εκδοτικές Επιχειρήσεις Η. ΜΑΝΙΑΤΕΑ Α.Ε.

Απαγορεύεται η αναπαραγωγή του παρόντος βιβλίου, με οποιονδήποτε τρόπο, χωρίς την έγγραφη άδεια του Εκδοτικού Οίκου.

Δ / ΝΣΗ Εκπαιδευτικής σειράς: Α. ΖΥΡΜΠΙΑΣ

Ηλ. Σελιδοποίηση - Γραφικά: Ευαγγελία Κυριακίδου

Εκτύπωση Απρίλιος 2003

Εκδοτικές Επιχειρήσεις Η. ΜΑΝΙΑΤΕΑ Α.Ε

Λ. Ιωνίας 166 • 111 44 ΑΘΗΝΑ • τηλ.: 210 95 46 000

# ΦΥΣΙΚΗ

**Β' ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΘΕΤΙΚΗΣ - ΤΕΧΝ/ΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**

**Περιέχει:** Όλη την ύλη της Β' Λυκείου, σύμφωνα με το αναλυτικό πρόγραμμα του Υπουργείου Παιδείας.

- Με θεωρία - Μεθοδολογία ασκήσεων.
- Παραδείγματα - Ερωτήσεις - Ασκήσεις με τις απαντήσεις τους.
- Τεστ πολλαπλής επιλογής - Εύρεσης σωστού - λάθους Συμπλήρωσης κενών - Αντιστοίχισης - Σύντομης απάντησης.
- Κριτήρια αξιολόγησης - Ανά κεφάλαιο και επαναληπτικά.

Θέματα που **κινούν** τη σκέψη και βοηθούν στο σωστο τρόπο μάθησης.



---

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

---

**Αγαπητοί συνάδελφοι,  
Φίλοι μαθητές και μαθήτριες**

Η καινούργια μας σειρά βιβλίων με τον τίτλο “**BIBΛΙΟμαθήματα**” δημιουργήθηκε από μια ιδέα μας για το περιοδικό “**Εξετάσεις**” της Ελευθεροτυπίας. Παρουσιάσαμε στην εφημερίδα τα μαθήματα όπως γίνονται στον πίνακα, δημιουργώντας για το σκοπό αυτό την πολυπληθέστερη συγγραφική ομάδα που έχει ποτέ συσταθεί, προσπαθώντας την εμπειρία της τάξης να την αποτυπώσουμε στο χαρτί. Τη συγγραφική ομάδα αποτελούν καθηγητές συγγραφείς καταξιωμένοι στη συνείδηση γονιών και μαθητών για την ποιότητα της δουλειάς τους.

Η συλλογική αυτή προσπάθεια, εμπλουτισμένη, σε σχέση με το υλικό που παρουσιάστηκε στην εφημερίδα, απευθύνεται αφενός στον καθηγητή που θέλει να παρουσιάσει το μάθημά του στην τάξη με μια μεθοδικότητα, αφετέρου στο φιλόπονο μαθητή που θέλει να διαβάσει, να μελετήσει και να κατανοήσει την ύλη, χωρίς να σπαταλήσει τον πολύτιμο χρόνο του.

Γι’ αυτό κάθε μάθημα ολοκληρώνεται σ’έναν τόμο. Στο βιβλίο που κρατάτε στα χέρια σας περιέχονται μια σειρά από νέες, στην Ελληνική βιβλιογραφία, ασκήσεις καθώς και συνδυαστικά θέματα.

Θελήσαμε να δημιουργήσουμε ένα “εργαλείο δουλειάς” για όλους μας.

Η ύλη χωρίστηκε σε **9 BIBΛΙΟμαθήματα** που το καθένα περιέχει:

- Τις απαραίτητες γνώσεις θεωρίας, με παρατηρήσεις για βαθύτερη κατανόηση.
- Τη μεθοδολογία ασκήσεων, **στις κίτρινες σελίδες**.
- Λυμένα παραδείγματα, στα οποία καταδεικνύεται η μεθοδολογία επίλυσής τους.
- Τα προτεινόμενα θέματα με τις απαντήσεις τους, **στις μπλέ σελίδες**.
- Το “**ξεχωριστό θέμα**”, που περιέχει ένα ή περισσότερα συνδυαστικά θέματα και τέλος
- Ένα διαγώνισμα **στις πράσινες** σελίδες.

Όσοι από τους συναδέλφους επιθυμούν να έχουν τις λύσεις των ασκήσεων, για έλεγχο των απαντήσεων, με χαρά θα τις στείλουμε αν επικοινωνήσουν μαζί μας. Επίσης θα θέλαμε κρίσεις, παρατηρήσεις, καθώς και επισημάνσεις γι’ αυτή μας την προσπάθεια, ώστε η γόνιμη αυτή ανταλλαγή απόψεων να βοηθήσει στη βελτίωση των μελλοντικών μας εκδόσεων.

Η συγγραφική ομάδα



## Περιεχόμενα

### 1ο Κεφάλαιο

1. Νόμοι αερίων - Καταστατική εξίσωση ..... 11  
2. Κινητική θεωρία ..... 27

Διαγώνισμα 1ου κεφαλαίου ..... 39

### 2ο Κεφάλαιο

3. Έργο, θερμότητα, εσωτερική ενέργεια ..... 45  
4. Θερμικές μηχανές ..... 63

Διαγώνισμα 2ου κεφαλαίου ..... 81

### 3ο Κεφάλαιο

5. Δυναμική ενέργεια, κινήσεις φορτισμένων σωματιδίων  
σε Ο.Η.Π. .... 87

### 4ο Κεφάλαιο

6. Κινήσεις φορτισμένων σωματιδίων σε Ο.Μ.Π. .... 111

Διαγώνισμα 3ου - 4ου κεφαλαίου ..... 133

### 5ο Κεφάλαιο

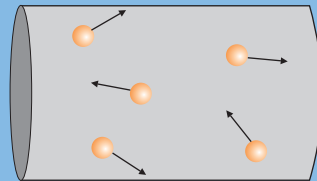
7. Επαγωγή ..... 139  
8. Εναλλασσόμενο ρεύμα ..... 191  
9. Αμοιβαία επαγωγή - Αυτεπαγωγή ..... 209

Διαγώνισμα 5ου κεφαλαίου ..... 229

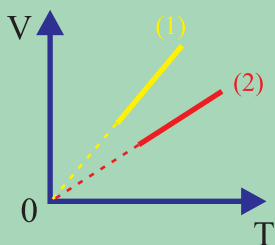


## 1ο μάθημα

Νόμοι αερίων  
Καταστατική εξίσωση



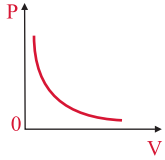
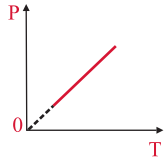
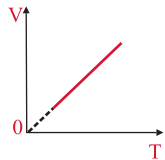
## 1ο Κεφάλαιο



## 2ο μάθημα

Κινητική θεωρία

## Τυπολόγιο 1ου κεφαλαίου

Κινητική θεωρία των αερίων		
Νόμος του Boyle:	$P \cdot V = \text{σταθ. για } T = \text{σταθ.}$	
Νόμος του Charles:	$\frac{P}{T} = \text{σταθ. για } V = \text{σταθ.}$	
Νόμος του Gay-Lussac:	$\frac{V}{T} = \text{σταθ. για } P = \text{σταθ.}$	

Καταστατική εξίσωση ιδανικών αερίων	
$P \cdot V = nRT$	$R = 8,314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$
$P \cdot V = NkT$	$k = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ J/mol} \cdot \text{K}$

Αριθμός mol: $n = \frac{m}{M}$	m: μάζα	M: γραμμομοριακή μάζα
--------------------------------	---------	-----------------------

Κινητική θεωρία
Σχέση πίεσης - ταχυτήτων των μορίων: $P = \frac{1}{3} N \frac{m\overline{v^2}}{V}$
Σχέση θερμοκρασίας - ταχυτήτων των μορίων: $\overline{K} = \frac{1}{2} m\overline{v^2} = \frac{3}{2} kT$
Ενεργός ταχύτητα: $v_{ev} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$

# Μάθημα 1

## Νόμοι αερίων Καταστατική εξίσωση

### Α. ΑΠΑΡΑΙΤΗΤΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

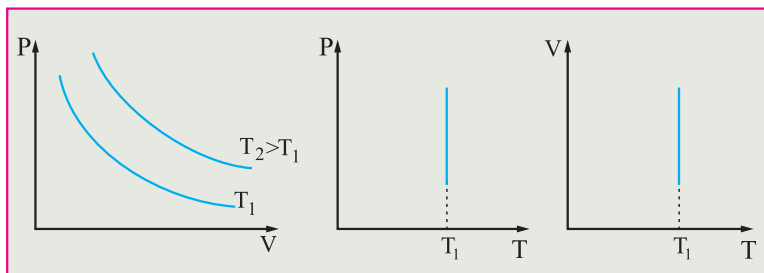
Οι πειραματικά προσδιορισμένες σχέσεις που συνδέουν τα τρία μακροσκοπικά μεγέθη (πίεση, όγκο και θερμοκρασία) ορισμένης ποσότητας αερίου ονομάζονται **νόμοι των αερίων** και είναι οι εξής:

#### Νόμος του Boyle (ή νόμος της ισόθερμης μεταβολής)

Η πίεση ορισμένης ποσότητας αερίου, σε σταθερή θερμοκρασία, είναι αντίστροφα ανάλογη με τον όγκο του.

$$p \cdot V = \text{σταθ} \quad \text{ή} \quad p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \quad \text{για} \quad T = \text{σταθ}$$

Γραφική παράσταση του νόμου του Boyle

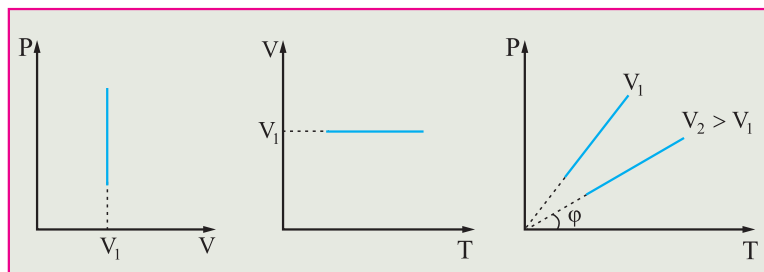


#### Νόμος του Charles (ή νόμος της ισόχωρης μεταβολής)

Η πίεση ορισμένης ποσότητας αερίου, υπό σταθερό όγκο, είναι ανάλογη με την απόλυτη θερμοκρασία του αερίου.

$$\frac{P}{T} = \text{σταθ} \quad \text{ή} \quad \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \quad \text{για} \quad V = \text{σταθ}$$

Γραφική παράσταση του νόμου του Charles



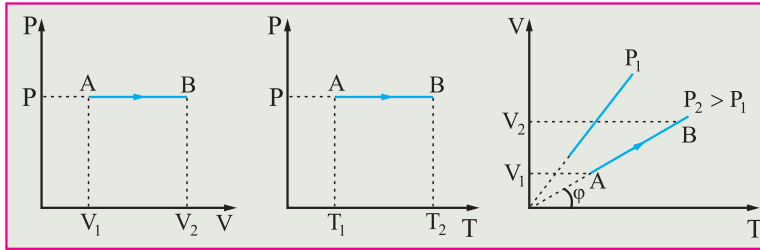
Η κλίση στο διάγραμμα  $P = f(T)$  είναι αντιστρόφως ανάλογη του όγκου του αερίου  $\text{εφφ} = \frac{P}{T} = \frac{nR}{V}$

**Νόμος του Gay-Lussac (ή νόμος της ισοβαρούς μεταβολής)**

Ο όγκος ορισμένης ποσότητας αερίου, σε σταθερή πίεση, είναι ανάλογος με την απόλυτη θερμοκρασία του αερίου.

$$\frac{V}{T} = \text{σταθ} \quad \text{ή} \quad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad \text{για} \quad p = \text{σταθ}$$

Γραφική παράσταση του νόμου του Gay-Lussac



Η κλίση στο διάγραμμα  $V = f(T)$  είναι αντιστρόφως ανάλογη της πίεσης:  $\epsilon\phi\phi = \frac{V}{T} = \frac{nR}{P}$

**Καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων**

Οι τρεις πειραματικοί νόμοι των αερίων συνδυάζονται, ώστε να προκύψει ένας άλλος, ο οποίος θα περιγράφει τις μεταβολές όταν τα μεγέθη  $p, V, T$  αλλάζουν ταυτόχρονα. Ο νέος νόμος είναι η καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων και οι διάφορες μαθηματικές εκφράσεις της είναι:

$$\frac{p \cdot V}{T} = \text{σταθ} \left\{ \begin{array}{l} \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \\ \frac{p \cdot V}{T} = n \cdot R \Rightarrow p \cdot V = nRT \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n = \frac{m_{\text{ολ}}}{M_r} \\ \rightarrow p \cdot V = \frac{m_{\text{ολ}}}{M_r} RT \Rightarrow p = \frac{m_{\text{ολ}}}{V} \frac{R}{M_r} T \rightarrow p = \rho \frac{R}{M_r} T \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n = \frac{N}{N_A} \\ \rightarrow p \cdot V = \frac{N}{N_A} RT \Rightarrow p \cdot V = N \frac{R}{N_A} T \rightarrow p \cdot V = NkT \end{array} \right.$$

Οι σταθερές που εμφανίζονται στις παραπάνω σχέσεις είναι:

$$\text{Παγκόσμια σταθερά των ιδανικών αερίων: } R = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 0,082 \frac{\text{L} \cdot \text{atm}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

$$\text{Σταθερά του Avogadro: } N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \frac{\text{μόρια}}{\text{mol}} = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$\text{Σταθερά του Boltzmann: } k = 1,381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{μόριο} \cdot \text{K}}$$

**Παρατήρηση:**

- Είναι χρήσιμο για την επίλυση των προβλημάτων να γνωρίζουμε ότι  $1\text{J} = 1\text{N} \cdot \text{m}$  οπότε η

σταθερά R γράφεται  $R = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 8,314 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$  στο S.I.

- Οι γραμμομοριακές μάζες μετρούνται σε  $\frac{\text{kg}}{\text{mol}}$ , π.χ. για το υδρογόνο

$$(\text{H}_2) : M_r = 2 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Kg}}{\text{mol}}$$

- Η καταστατική εξίσωση χρησιμοποιείται ακόμα και αν η μάζα του αερίου μεταβάλλεται κατά τη μετάβαση του αερίου από μία κατάσταση σε μία άλλη. Τότε θα ισχύει η παρακάτω εξίσωση:

$$\left. \begin{array}{l} p_1 V_1 = n_1 R T_1 \Rightarrow \frac{p_1 V_1}{n_1 T_1} = R \\ p_2 V_2 = n_2 R T_2 \Rightarrow \frac{p_2 V_2}{n_2 T_2} = R \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{p_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{p_2 V_2}{n_2 T_2}$$

- Όλα τα αέρια τα οποία επαληθεύουν ακριβώς την καταστατική εξίσωση  $pV = nRT$  ονομάζονται **ιδανικά αέρια**.
- Όταν δίνεται ότι ένα αέριο βρίσκεται σε s.t.p. έχουμε:

$$P = 1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \text{ και } T = 273 \text{ K}$$

- Σε θερμοκρασίες κοντά στο απόλυτο μηδέν δεν ισχύουν οι νόμοι των αερίων.

## B. Μεθοδολογία ασκήσεων.

### Νόμοι των αερίων - Καταστατική εξίσωση ιδανικών αερίων

Για να καταλάβουμε ποιός νόμος αερίων ισχύει, κοιτάμε πιο μέγεθος από τα P, V, T είναι σταθερό. Αν κανένα μέγεθος δεν είναι σταθερό ή δίνεται η μάζα ή η πυκνότητα τότε χρησιμοποιούμε καταστατική εξίσωση.

#### Παράδειγμα 1.1

Ιδανικό αέριο βρίσκεται μέσα σε κατακόρυφο κυλινδρικό δοχείο που κλείνεται με έμβολο πάνω στο οποίο θέτουμε ορισμένα σταθμά. Το αέριο βρίσκεται σε θερμοκρασία  $-1,5^\circ \text{C}$  και καταλαμβάνει όγκο 20L. Θερμαίνουμε το αέριο σε θερμοκρασία  $270^\circ \text{C}$ .

α. Ποιός νόμος αερίων ισχύει

β. Ποιός είναι ο τελικός όγκος του δοχείου

γ. Να αποδώσετε τη μεταβολή σε άξονες  $P-V$ ,  $P-T$ ,  $V-T$ .

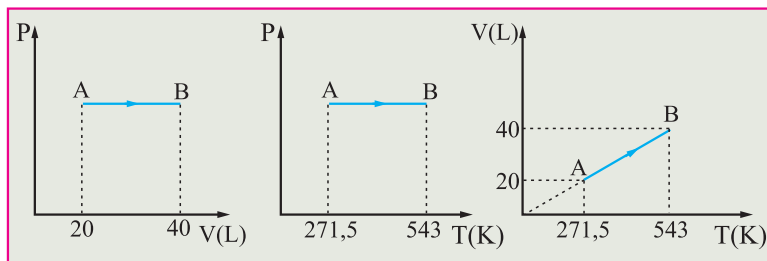
#### Λύση

α. Η πίεση στο εσωτερικό του δοχείου είναι ίση με την πίεση που προκαλεί η ατμόσφαιρα, το βάρος του εμβόλου και των σταθμών. Επειδή η εξωτερική πίεση παραμένει σταθερή, θα είναι και η εσωτερική πίεση σταθερή. Άρα ισχύει ο N. Gay-Lussac.

$$\beta. V_1 = 20L, T_1 = -1,5 + 273 = 271,5K, T_2 = 270 + 273 = 543K$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow V_2 = \frac{V_1 T_2}{T_1} \Rightarrow V_2 = \frac{20L \cdot 543K}{271,5K} \Rightarrow V_2 = 40L$$

γ.



Αν το φυσικό μέγεθος που είναι σταθερό π.χ.  $P = \text{σταθ}$ , εμφανίζεται στους άξονες, τότε η γραφική παράσταση είναι κάθετη σ' αυτόν τον άξονα.

$$T = 273 + \theta, 1L = 10^{-3} m^3, 1\text{atm} = 1,013 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2}$$

Αν στο τελικό αποτέλεσμα εμφανίζεται πηλίκο ομοειδών μεγεθών, τότε δεν χρειάζεται να μετατρέψω τον όγκο και την πίεση στο S.I. Η θερμοκρασία πάντα μετατρέπεται σε βαθμούς Kelvin (K).

### Παράδειγμα 1.2

Ένα κυλινδρικό δοχείο με διαθερμικά τοιχώματα κλείνεται με έμβολο και περιβάλλεται από λουτρό, σταθερής θερμοκρασίας. Το δοχείο περιέχει ιδανικό αέριο πίεσης  $p_1 = 1\text{atm}$  και όγκου  $V_1 = 30L$ . Μετακινώντας το έμβολο τριπλασιάζουμε την πίεση του αερίου. Να βρεθεί:

α. Ποιός νόμος αερίων ισχύει.

β. Ποιός είναι ο τελικός όγκος του αερίου

γ. Να αποδώσετε τη μεταβολή σε άξονες  $P-V$ ,  $P-T$ ,  $V-T$ .

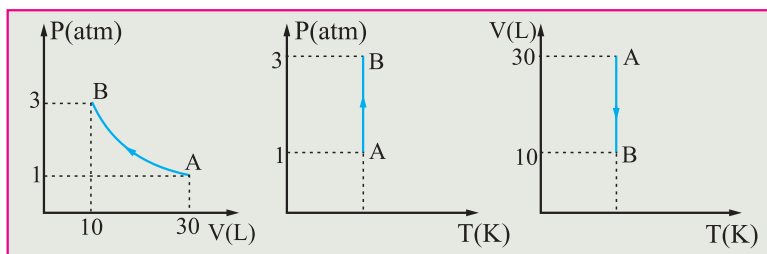
**Λύση**

α. Επειδή το δοχείο έχει διαθερμικά τοιχώματα και περιβάλλεται από λουτρό σταθερής θερμοκρασίας, θα ισχύει ο Ν. Boyle

$$\beta. p_1 = 1\text{atm}, V_1 = 30L, p_2 = 3p_1 = 3\text{atm}.$$

$$\text{Ισχύει ο Ν. Boyle: } p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_2} \Rightarrow V_2 = \frac{1\text{atm} \cdot 30L}{3\text{atm}} \Rightarrow V_2 = 10L$$

γ.



**Παράδειγμα 1.3**

Ιδανικό αέριο βρίσκεται μέσα σε κυλινδρικό δοχείο με  $p_A = 5\text{atm}$  ,  $V_A = 2\text{L}$  και  $T_A = 300\text{K}$  . Το αέριο θερμαίνεται με σταθερή πίεση μέχρι να διπλασιαστεί ο όγκος του. Στη συνέχεια με σταθερή θερμοκρασία αυξάνεται ο όγκος του μέχρι να γίνει  $V_\Gamma = 5\text{L}$  . Έπειτα ψύχεται με σταθερή πίεση μέχρι την αρχική θερμοκρασία και τέλος συμπιέζεται με σταθερή θερμοκρασία μέχρι την αρχική του κατάσταση.

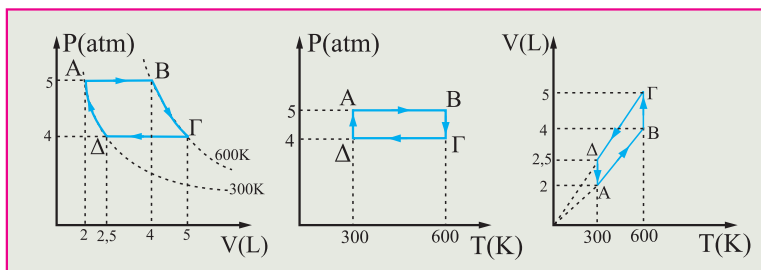
α. Να υπολογίσετε την πίεση, τον όγκο και την θερμοκρασία σε κάθε θέση.

β. Να γίνουν τα διαγράμματα  $P-V$  ,  $P-T$  ,  $V-T$  .

**Λύση**

Αντί για τους νόμους των αερίων, θα μπορούσαμε να εφαρμόσουμε την καταστατική εξίσωση σε κάθε θέση. Ισχύει:  $V_B = 2V_A = 4\text{L}$  οπότε:

- $A \rightarrow B$  ( $p_A = \text{σταθ}$ ) N. Gay-Lussac:  $\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B} \Rightarrow T_B = \frac{T_A \cdot V_B}{V_A} \Rightarrow T_B = \frac{300\text{K} \cdot 4\text{L}}{2\text{L}} \Rightarrow T_B = 600\text{K}$
- $B \rightarrow \Gamma$  ( $T_B = \text{σταθ}$ ) N. Boyle:  $p_B V_B = p_\Gamma V_\Gamma \Rightarrow p_\Gamma = \frac{p_B V_B}{V_\Gamma} \Rightarrow p_\Gamma = 4\text{atm}$



- $\Gamma \rightarrow \Delta$  ( $p_\Gamma = \text{σταθ}$ ) N. Gay-Lussac

$$\frac{V_\Gamma}{T_\Gamma} = \frac{V_\Delta}{T_\Delta} \Rightarrow V_\Delta = \frac{V_\Gamma \cdot T_\Delta}{T_\Gamma} \Rightarrow V_\Delta = \frac{5\text{L} \cdot 300\text{K}}{600\text{K}} \Rightarrow V_\Delta = 2,5\text{L}$$

Για την τιμή της σταθερής R έχουμε:  $R = 8,314\text{J/mol} \cdot \text{K}$  αν όλες οι μονάδες είναι στο S.I. και  $R = 0,082\text{atm} \cdot \text{L/mol} \cdot \text{K}$  αν η πίεση δίνεται σε atm και ο όγκος σε L.

**Παράδειγμα 1.4**

$1\text{cm}^3$  αέρα βρίσκεται σε s.t.p.

α. Πόση είναι η μάζα του,

β. Πόσος είναι ο αριθμός μορίων του,

γ. Ποιά είναι η πυκνότητα του.

Δίνεται  $R = 8,314\text{J/mol} \cdot \text{K}$  ,  $N_A = 6,023 \cdot 10^{23}$  μόρια/mol, η μέση γραμομοριακή μάζα του αέρα

$$M = 29 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol} , \text{ latm} = 1,013 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

**Λύση**

S.t.p. σημαίνει πίεση  $P = \text{latm} = 1,013 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$  και θερμοκρασία  $T = 273\text{K}$

α. Από την καταστατική εξίσωση  $P \cdot V = nRT \Rightarrow P \cdot V = \frac{m}{M}RT \Rightarrow$

$$m = \frac{PVM}{RT} \Rightarrow m = \frac{1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 \cdot 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot 29 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}}{8,314 \text{ J/mol} \cdot \text{K} \cdot 273 \text{ K}} \Rightarrow$$

$$m = 1,29 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \quad (\text{ή αλλιώς } n = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M} \Rightarrow m = \frac{mN_A}{N_A})$$

β. Ο αριθμός των moles του αέρα:  $n = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M} \Rightarrow N = \frac{mN_A}{M} \Rightarrow$

$$N = \frac{1,29 \cdot 10^{-6} \cdot 6,023 \cdot 10^{23}}{29 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow N = 0,27 \cdot 10^{20} \text{ μόρια.}$$

γ. Από την καταστατική εξίσωση

$$P \cdot V = nRT \Rightarrow P \cdot V = \frac{m}{M}RT \Rightarrow \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT} \Rightarrow \rho = \frac{PM}{RT} \Rightarrow$$

$$\rho = \frac{PM}{RT} \Rightarrow \rho = \frac{1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 \cdot 29 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}}{8,314 \text{ J/mol} \cdot \text{K} \cdot 273 \text{ K}} = 1,29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \Rightarrow$$

$$\rho = 1,29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad (\text{ή αλλιώς } \rho = \frac{m}{V}).$$

**Παράδειγμα 1.5**

Για να μετρήσουμε το βάθος της λίμνης Πλαστήρα κάνουμε το εξής πείραμα. Μια φουσαλίδα αέρα όγκου  $20\text{cm}^3$  βρίσκεται στο βυθό της λίμνης όπου η θερμοκρασία είναι  $4^\circ\text{C}$ . Η φουσαλίδα όταν ανεβαίνει στην επιφάνεια έχει όγκο  $100\text{cm}^3$  και η θερμοκρασία είναι  $20^\circ\text{C}$ . Θεωρήστε τη θερμοκρασία της ίση με τη θερμοκρασία του νερού που την περιβάλλει, την ατμοσφαιρική πίεση  $P_0 = 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ , την πυκνότητα του νερού  $\rho = 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  και την επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Υδροστατική πίεση  $P_{\text{υδρ}} = \rho gh$ .

**Λύση**

Η καταστατική εξίσωση στον βυθό:  $(P_0 + \rho gh)V_1 = nRT_1$   
 Η καταστατική εξίσωση στην επιφάνεια:  $P_0V_2 = nRT_2$  }  $\Rightarrow$

$$\frac{(P_0 + \rho gh)V_1}{P_0V_2} = \frac{nRT_1}{nRT_2} \Rightarrow h = \frac{P_0 \left( \frac{V_2T_1}{V_1T_2} - 1 \right)}{\rho g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \frac{10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \left( \frac{100\text{cm}^3 \cdot 277\text{K}}{20\text{cm}^3 \cdot 293\text{K}} - 1 \right)}{10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \Rightarrow h = 37,26\text{m}$$

**Σημείωση:** Αν δίνεται η ακτίνα  $r$  της φουσαλίδας τότε ο όγκος της είναι  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ .

**Παράδειγμα 1.6**

Σ' ένα παιδικό πάρτυ θέλουμε να φουσκώσουμε 200 μπαλόνια με ήλιο. Το κάθε μπαλόνι έχει όγκο 2L και πίεση 1,5atm. Αν η φιάλη που θα χρησιμοποιήσουμε έχει όγκο 4L, ποιά είναι η πίεσή της. Θεωρήστε ότι η φιάλη και τα μπαλόνια έχουν την ίδια θερμοκρασία, ενώ δεν χάθηκε ήλιο στη διαδικασία.

**Λύση**

Όταν η συνολική μάζα διατηρείται σταθερή, χρησιμοποιούμε την καταστατική εξίσωση σε συνδυασμό με την αρχή διατήρησης της μάζας.

Η καταστατική εξίσωση:

στη φιάλη:  $P_{ολ} \cdot V_{ολ} = n_{ολ}RT \Rightarrow n_{ολ} = \frac{P_{ολ} \cdot V_{ολ}}{RT}$

στο μπαλόνι:  $P \cdot V = nRT \Rightarrow n = \frac{P \cdot V}{RT}$

Η μάζα του ηλίου που είναι στη φιάλη ( $n_{ολ}$ ) είναι ίση με το άθροισμα των μαζών στα μπαλόνια

$(200n)$ . Άρα  $n_{ολ} = 200n \Rightarrow \frac{P_{ολ} \cdot V_{ολ}}{RT} = 200 \frac{P \cdot V}{RT} \Rightarrow$

$P_{ολ} = \frac{200 \cdot P \cdot V}{V_{ολ}} \Rightarrow P_{ολ} = \frac{200 \cdot 1,5\text{atm} \cdot 2\text{L}}{4\text{L}} \Rightarrow P_{ολ} = 150\text{atm} .$

**Παράδειγμα 1.7**

Ένα κυλινδρικό δοχείο ακτίνας  $r = 40\text{cm}$  και ύψους  $h_0 = 50\text{cm}$  είναι γεμάτο με αέρα θερμοκρασίας  $20^\circ\text{C}$  και πίεσης  $1\text{atm}$ . Στη συνέχεια τίθεται ένα έμβολο στο πάνω μέρος του δοχείου, μάζας  $m = 20\text{kg}$ , το οποίο κατέρχεται μέσα στον κύλινδρο συμπιέζοντας τον αέρα που έχει παγιδευθεί μέσα στο δοχείο. Τελικά, ένας άνθρωπος μάζας  $M = 75\text{kg}$  στέκεται πάνω στο

έμβολο συμπιέζοντας ακόμη περισσότερο τον αέρα (ο οποίος παραμένει στους  $20^\circ\text{C}$ )

α. Πόσο πιο κάτω ( $\Delta h$ ) κατέβηκε το έμβολο όταν ο άνθρωπος ανέβηκε πάνω του;

β. Σε ποια θερμοκρασία πρέπει να θερμανθεί ο αέρας ώστε το έμβολο με τον άνθρωπο να ανυψωθούν στο ύψος  $h$ , όπου αρχικά ισορροπούσε το έμβολο.

Δίνονται: Όγκος κυλίνδρου  $V = S \cdot h = \pi r^2 \cdot h$ , η πίεση που προκαλεί μια δύναμη  $\vec{F}$  κάθετη

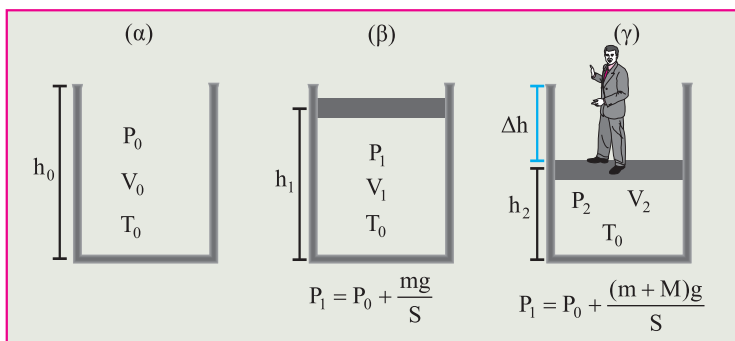
σε επιφάνεια εμβαδού  $S$  είναι  $P = \frac{F}{S}$ ,  $1\text{atm} = 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ ,  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

### Λύση

α. Η καταστατική εξίσωση:

- με το έμβολο:  $P_1 V_1 = nRT_0$
  - αρχικά:  $P_0 V_0 = nRT_0$
- $$\left. \vphantom{\begin{matrix} P_1 V_1 = nRT_0 \\ P_0 V_0 = nRT_0 \end{matrix}} \right\} P_1 V_1 = P_0 V_0 \Rightarrow$$

$$\left( P_0 + \frac{mg}{S} \right) \pi r^2 \cdot h_1 = P_0 \cdot \pi r^2 \cdot h_0 \Rightarrow h_1 = \frac{P_0 \cdot h_0}{P_0 + \frac{mg}{S}} = 49,8\text{cm} \Rightarrow h = 49,8\text{cm}$$



Η καταστατική εξίσωση:

- με τον άνθρωπο και το έμβολο:  $P_2 V_2 = nRT_0$
- με το έμβολο:  $P_1 V_1 = nRT_0$
- $$\left. \vphantom{\begin{matrix} P_2 V_2 = nRT_0 \\ P_1 V_1 = nRT_0 \end{matrix}} \right\} \Rightarrow P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow$$

$$\left( P_0 + \frac{mg}{S} \right) \pi r^2 h_1 = \left( P_0 + \frac{(m+M)g}{S} \right) \pi r^2 h_2 \Rightarrow h_2 = \frac{\left( P_0 + \frac{mg}{S} \right)}{P_0 + \frac{(m+M)g}{S}} \cdot h_1 \Rightarrow h_2 = 49,1\text{cm}$$

$$\text{Άρα } \Delta h = h_1 - h_2 = 0,7\text{cm} \Rightarrow \Delta h = 0,7\text{cm}$$

β. Όταν θερμανθεί το αέριο με το έμβολο και τον άνθρωπο, η εσωτερική πίεση μένει σταθερή ίση

με την εξωτερική που είναι  $P_2 = P_0 + \frac{(m+M)g}{S}$ . Δηλαδή ισχύει ο Ν. Gay-Lussac.

$$\frac{V_2}{T_0} = \frac{V_1}{T'} \Rightarrow T' = \frac{V_1}{V_2} \cdot T_0 \Rightarrow T' = \frac{S \cdot h_1}{S \cdot h_2} \cdot T_0 \Rightarrow$$

$$T' = \frac{h_1}{h_2} \cdot T_0 \Rightarrow T' = \frac{49,8\text{cm}}{49,1\text{cm}} \cdot 293\text{K} \Rightarrow T' = 297,2\text{K}$$

### Παράδειγμα 1.8

Ένας κύλινδρος στο πάνω μέρος του κλείνεται με έμβολο εμβαδού διατομής  $10^{-2}\text{m}^2$  και αμελητέας μάζας. Το έμβολο είναι συνδεδεμένο με ελατήριο σταθεράς  $K = 2 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ . Ο κύλινδρος περιέχει 5L αερίου και το ελατήριο ισορροπεί ασυμπίεστο, υπο πίεση 1atm και θερμοκρασία  $20^\circ\text{C}$ .

α. Κατά πόσο θα ανυψωθεί το έμβολο, όταν η θερμοκρασία του αερίου ανέλθει στους  $250^\circ\text{C}$ ;

β. Ποια είναι τότε η πίεση του αερίου;

Δίνεται  $1\text{atm} = 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ .

### Λύση

$$\begin{array}{l} \alpha. V_1 = 5\text{L} \\ P_1 = 1\text{atm} \\ T_1 = 293\text{K} \\ S = 10^{-2}\text{m}^2 \end{array} \left| \begin{array}{l} V_2 = V_1 + x \cdot S \\ P_2 = P_1 + \frac{k \cdot x}{S} \\ T_2 = 523\text{K} \end{array} \right.$$

Όταν το έμβολο ανυψωθεί κατά  $x$ , τότε ο όγκος του αερίου, γίνεται  $V_2 = V_1 + x \cdot S$ , ενώ στην

ατμοσφαιρική πίεση προστίθεται η πίεση του συμπιεσμένου ελατηρίου  $P_{ελ} = \frac{F_{ελ}}{S} = \frac{k \cdot x}{S}$ .

Επομένως  $P_2 = P_1 + \frac{k \cdot x}{S}$ .

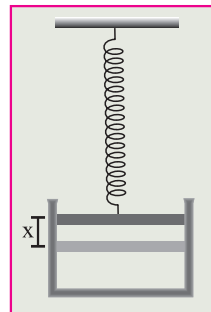
Εφαρμόζουμε στις δύο θέσεις την καταστατική εξίσωση.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Αρχικά: } P_1 V_1 = nRT_1 \\ \text{Τελικά: } P_2 V_2 = nRT_2 \end{array} \right\} \frac{P_1 V_1}{P_2 V_2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow P_2 V_2 = \frac{P_1 V_1 T_2}{T_1} \Rightarrow$$

$$\left( P_1 + \frac{k \cdot x}{S} \right) (V_1 + x \cdot S) = \frac{P_1 V_1 T_2}{T_1} \Rightarrow 20x^2 + 20x - 3,92 = 0$$

Από τη λύση της δευτεροβάθμιας εξίσωσης έχουμε  $x = 0,168\text{m}$

β.  $P_2 = P_1 + \frac{k \cdot x}{S} \Rightarrow P_2 = 1,336 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$



**Παράδειγμα 1.9**

Οριζόντιος κυλινδρικός σωλήνας κλειστός στις δύο άκρες του, χωρίζεται σε δύο διαμερίσματα από στεγανό ευκίνητο έμβολο. Στο ένα διαμέρισμα περιέχεται αέριο He και στο άλλο  $H_2$ . Τα δύο τμήματα έχουν την ίδια θερμοκρασία και τον ίδιο όγκο. Αν η ολική μάζα των αερίων είναι 5g, να βρεθεί:

α. Η μάζα κάθε αερίου

β. Αν θερμάνουμε ομοιόμορφα τον κύλινδρο θα μετακινηθεί το έμβολο;

Δίνονται οι γραμμομοριακές μάζες  $M_{He} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$ ,  $M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$

**Λύση**

α. Θα είναι  $m_{ολ} = m_{He} + m_{H_2}$  (1)

$$\left. \begin{array}{l} 1^{\circ} \text{ διαμέρισμα: } P_1 V_1 = \frac{m_{He}}{M_{He}} R T_1 \\ 2^{\circ} \text{ διαμέρισμα: } P_1 V_1 = \frac{m_{H_2}}{M_{H_2}} R T_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{m_{He}}{4} = \frac{m_{H_2}}{2} \Rightarrow m_{He} = 2m_{H_2} \quad (2)$$

Από τις (1), (2) έχω:  $m_{He} = \frac{10}{3} \text{ g}$  και  $m_{H_2} = \frac{5}{3} \text{ g}$

β. Αν θερμάνουμε ομοιόμορφα σε θερμοκρασία  $T_2$  τότε:

$$\left. \begin{array}{l} 1^{\circ} \text{ διαμέρισμα: } \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \\ 2^{\circ} \text{ διαμέρισμα: } \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_3}{T_2} \end{array} \right\} V_2 = V_3 \text{ άρα δεν θα κινηθεί το έμβολο}$$

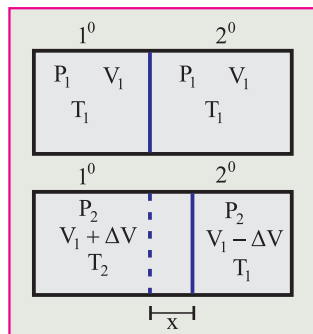
**Παράδειγμα 1.10**

Σε οριζόντιο κυλινδρικό θερμομονωτικό σωλήνα, εσωτερικής διατομής  $S = 10 \text{ cm}^2$  περιέχεται ιδανικό αέριο θερμοκρασίας  $27^\circ \text{ C}$ . Θερμομονωτικό έμβολο, που μετακινείται χωρίς τριβές, χωρίζει τον σωλήνα σε δύο ίσα διαμερίσματα όγκου  $V_1 = 70 \text{ cm}^3$  το καθένα. Αυξάνουμε τη θερμοκρασία στο ένα διαμέρισμα στους  $127^\circ \text{ C}$  ενώ στο άλλο τη διατηρούμε στους  $27^\circ \text{ C}$ . Κατά πόσο μετακινήθηκε το έμβολο;

**Λύση**

Αν ο όγκος στο  $1^{\circ}$  διαμέρισμα αυξήθηκε κατά  $\Delta V$  με μετακίνηση του εμβόλου κατά  $x$ , τότε στο  $2^{\circ}$  διαμέρισμα μειώθηκε κατά  $\Delta V$ .

$$\left. \begin{array}{l} 1^{\circ}: \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 (V_1 + \Delta V)}{T_2} \\ 2^{\circ}: \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 (V_1 - \Delta V)}{T_1} \end{array} \right\} \frac{P_2 (V_1 + \Delta V)}{T_2} = \frac{P_2 (V_1 - \Delta V)}{T_1}$$



$$\Rightarrow \frac{(V_1 + \Delta V)}{T_2} = \frac{(V_1 - \Delta V)}{T_1} \Rightarrow \Delta V = \frac{V_1(T_2 - T_1)}{T_1 + T_2} \Rightarrow \Delta V = 10\text{cm}^3$$

$$\text{Άρα } \Delta V = x \cdot S \Rightarrow x = \frac{\Delta V}{S} \Rightarrow x = 1\text{cm}.$$

### Γ. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Η καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων μπορεί να πάρει τη μορφή:

α.  $PV = \frac{N_A}{N} RT$

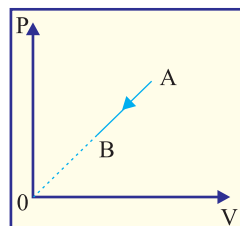
β.  $P = \frac{\rho}{m} RT$

γ.  $PV = \frac{m}{M} RT$

δ.  $PV = \frac{n}{N_A} RT$

2. Τι μεταβολή παριστάνει το ευθύγραμμο τμήμα AB στο διπλανό διάγραμμα P-V

- α. Ισόχωρη μεταβολή
- β. Ισόθερμη μεταβολή
- γ. Ισοβαρή μεταβολή
- δ. Τυχαία μεταβολή



3. Αν διπλασιάσουμε τον όγκο και τη θερμοκρασία ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου τότε η πίεση του γίνεται:

α.  $2P_{\text{αρχ}}$

β.  $\frac{P_{\text{αρχ}}}{2}$

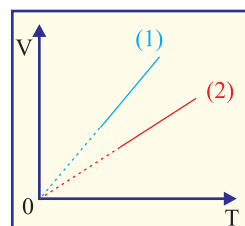
γ. σταθερή

δ.  $\frac{P_{\text{αρχ}}}{4}$

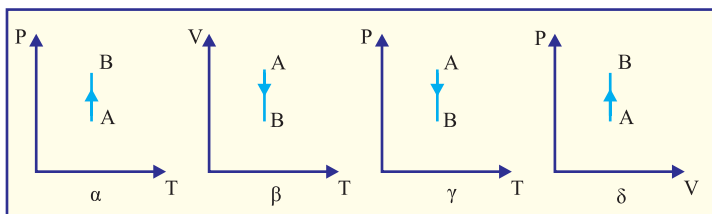
4. Στο διπλανό διάγραμμα παριστάνονται δύο ισοβαρείς μεταβολές συγκεκριμένης ποσότητας ιδανικού αερίου. Για ποια από τις δύο μεταβολές η πίεση είναι μεγαλύτερη και γιατί;

α. Στην (1)

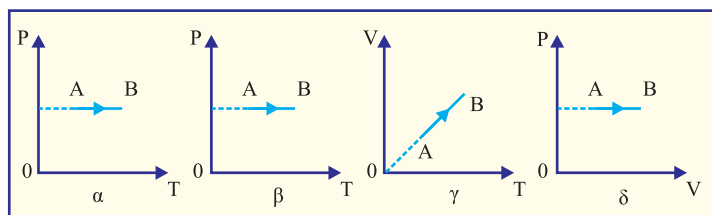
β. Στην (2)



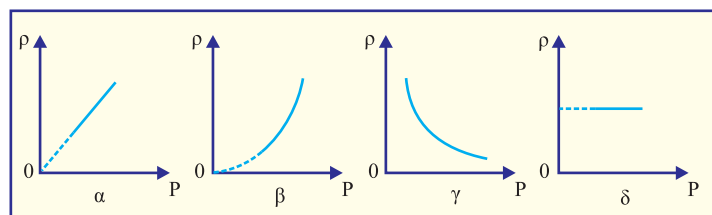
5. Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα AB παριστάνει ισόθερμη εκτόνωση:



6. Στην ισόχωρη μεταβολή AB ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα αντιστοιχεί:



7. Ποσότητα ιδανικού αερίου συμπιέζεται ισόθερμα. Η μεταβολή της πυκνότητας σε συνάρτηση με την πίεση του αερίου παριστάνεται στην ακόλουθη γραφική παράσταση.



8. Η ελάττωση της πίεσης ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου συνοδεύεται από:

- ελάττωση του όγκου όταν  $T = \text{σταθ.}$
- ελάττωση της θερμοκρασίας όταν  $V = \text{σταθ.}$
- αύξηση του όγκου όταν  $T = \text{σταθ.}$
- αύξηση της θερμοκρασίας όταν  $V = \text{σταθ.}$

9. Η ισόχωρη μεταβολή ορισμένης ποσότητας αερίου:

- περιγράφεται από την εξίσωση  $\frac{P}{T} = \text{σταθ.}$
- υπακούει στο νόμο του Gay-Lussac
- παριστάνεται με μια ευθεία που διέρχεται από την ατμή των αξόνων σε διάγραμμα πίεσης-θερμοκρασίας
- είναι η μεταβολή κατά την οποία η πυκνότητα του αερίου αυξάνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας

10. Ποιες από τις ακόλουθες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες.
- α. Η καταστατική εξίσωση ισχύει μόνο για μονοατομικά αέρια.
  - β. Στην κλίμακα Kelvin δεν υπάρχουν αρνητικές θερμοκρασίες.
  - γ. Η πίεση ενός ιδανικού αερίου δεν εξαρτάται από την πυκνότητά του.
  - δ. Η καταστατική εξίσωση ισχύει και για αέριο που αποτελεί μίγμα δύο ή περισσότερων ιδανικών αερίων.

### Δ. ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ

1.1 Ιδανικό αέριο περιέχεται σε δοχείο σταθερού όγκου. Αρχικά η θερμοκρασία του ήταν  $10\text{ }^\circ\text{C}$  και η πίεσή του  $2,5\text{atm}$ .

- α. Ποια θα είναι η πίεσή του όταν η θερμοκρασία του γίνει  $80\text{ }^\circ\text{C}$ .
- β. Να σχεδιαστούν τα διαγράμματα  $P = f(V)$ ,  $V = f(T)$  και  $P = f(T)$ .

Απ. α.  $3,1\text{ atm}$

1.2 Ποσότητα αερίου οξυγόνου βρίσκεται υπό πίεση  $P$  και σε θερμοκρασία  $27\text{ }^\circ\text{C}$ .

- α. Αν το αέριο θερμανθεί υπό σταθερό όγκο έως ότου τριπλασιαστεί η πίεσή του ποιά θα είναι η τελική θερμοκρασία;
- β. Αν το αέριο, από την αρχική κατάσταση θερμανθεί ώστε η πίεσή του και ο όγκος του να διαπλασιαστούν, ποιά θα είναι η τελική θερμοκρασία.

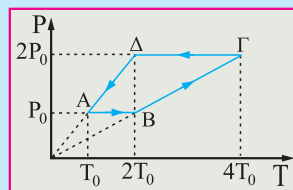
Απ. α.  $T_1 = 900\text{ K}$ , β.  $T_2 = 1200\text{ K}$

1.3 Αέριο βρίσκεται σε δοχείο υπό πίεση  $10\text{atm}$  και θερμοκρασία  $15\text{ }^\circ\text{C}$ . Αν το μισό αέριο διαφύγει και η θερμοκρασία του ανυψωθεί στους  $65\text{ }^\circ\text{C}$  ποιά θα είναι η πίεση του αερίου στο δοχείο.

Απ.  $5,87\text{ atm}$

1.4 Μια ποσότητα ιδανικού αερίου εκτελεί την μεταβολή που φαίνεται στο σχήμα.

- α. Ποιος νόμος περιγράφει κάθε μεταβολή
  - β. Να παραστήσετε τη μεταβολή σε άξονες  $P - V$  και  $V - T$
  - γ. Μεγαλύτερος είναι ο όγκος στη θέση Δ ή στη θέση Γ;
- Απ. γ. στη θέση Γ



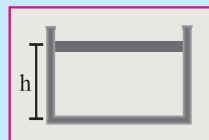
1.5 Μια φυσαλλίδα αερίου, που βρίσκεται σε θερμική ισορροπία με το νερό σε κάθε θέση, ανέρχεται από τον πυθμένα μιας λίμνης βάθους  $4,2\text{m}$  και θερμοκρασίας  $5\text{ }^\circ\text{C}$  στην επι-

φάνεια, όπου η θερμοκρασία του νερού είναι  $12\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Ποιος είναι ο λόγος των διαμέτρων της φυσαλλίδας στις δύο θέσεις.

$$\text{Δίνονται } P_0 = 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \rho = 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

**Απ.** 1,13

- 1.6** Ένα κατακόρυφο κυλινδρικό δοχείο διατομής  $S = 0,008\text{m}^2$  κλείνεται αεροστεγώς από ένα έμβολο εμβαδού μάζας  $m = 20\text{kg}$ , χωρίς τριβές. Ο κύλινδρος περιέχει  $n = 0,2\text{mol}$  ιδανικού αερίου θερμοκρασίας  $\theta = 127\text{ }^{\circ}\text{C}$  προσδιορίστε το ύψος  $h$  στο οποίο το έμβολο θα ισορροπεί υπό την επίδραση του βάρους του.



$$\text{Δίνονται } g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, P_0 = 1,013 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}, R = 8,314\text{J/mol} \cdot \text{K}.$$

**Απ.**  $h = 0,66\text{ m}$

- 1.7** Σε μια μεταβολή δεδομένης ποσότητας ιδανικού αερίου, η πυκνότητά του παραμένει σταθερή και η αρχική πίεση του αερίου είναι  $1,5\text{atm}$  σε θερμοκρασία  $27\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Να υπολογιστεί η πίεσή του όταν η θερμοκρασία του γίνει  $127\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

**Απ.**  $P = 2\text{ atm}$

- 1.8** Δύο δοχεία με όγκους  $600\text{L}$  και  $400\text{L}$  συνδέονται με λεπτό σωλήνα αμελητέου όγκου που φέρει κλειστή στρόφιγγα. Τα δοχεία περιέχουν αέριο υπό πίεση  $1\text{atm}$  και  $3\text{atm}$  αντίστοιχα. Να βρεθεί η τελική πίεση στα δοχεία αν ανοίξουμε τη στρόφιγγα. Να θεωρήσετε ότι η θερμοκρασία παραμένει σταθερή.

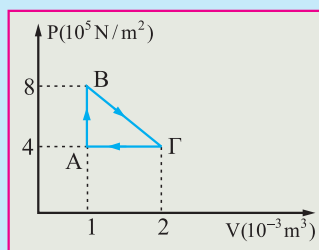
**Απ.**  $P = 1,8\text{ atm}$

- 1.9** Ποσότητα  $n = \frac{2}{R}\text{mol}$  ιδανικού αερίου βρίσκεται στην κατάσταση A και εκτελεί τις μεταβολές που φαίνονται στο σχήμα.

**α.** Να υπολογίσετε τις θερμοκρασίες στις καταστάσεις A, B, Γ

**β.** Να βρείτε τις σχέσεις  $p(T)$  σε κάθε μεταβολή.

**γ.** Να βρείτε την μέγιστη θερμοκρασία στη διάρκεια των μεταβολών.



**Απ. α.**  $T_A = 200\text{ K}, T_B = 400\text{ K}, T_\Gamma = 400\text{ K}, \gamma. T_{\text{max}} = 450\text{ K}$

**ΤΟ ΞΕΧΩΡΙΣΤΟ ΘΕΜΑ**

Κυλινδρικό δοχείο κλείνεται στο ένα άκρο του με έμβολο που κινείται χωρίς τριβές. Το δοχείο βρίσκεται σε μια μεγάλη δεξαμενή νερού σε οριζόντια θέση και σε βάθος  $h = 10\text{m}$ . Το δοχείο περιέχει ιδανικό αέριο θερμοκρασίας  $27^\circ\text{C}$ , έχει εμβαδόν διατομής  $S = 5 \cdot 10^{-3}\text{m}^2$  και ισορροπεί στη θέση όπου το μήκος του τμήματος του κυλίνδρου που περιέχει το αέριο είναι  $x_1 = 0,2\text{m}$ .

- α. Με τη βοήθεια θερμοδοχείου το αέριο αρχίζει να εκτονώνεται σιγά-σιγά καθώς θερμαίνεται μέχρι το έμβολο να μετατοπιστεί κατά  $x_2 = 0,1\text{m}$ .
- β. Ακολούθως κρατώντας συνεχώς σταθερό το έμβολο και οριζόντιο τον κύλινδρο, το ανεβάζουμε στην επιφάνεια, όπου με την βοήθεια ψυχοροδοχείου, ψύχουμε το αέριο μέχρι να αποκτήσει πίεση ίση με την ατμοσφαιρική  $P_0 = 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
- γ. Στη συνέχεια αφήνουμε το έμβολο και ψύχουμε το αέριο μέχρι να αποκτήσει τον αρχικό όγκο.
- δ. Τέλος κρατώντας πάλι σταθερό το έμβολο θερμαίνουμε το αέριο μέχρι τις αρχικές συνθήκες.
  - i. ποιές μεταβολές υφίσταται το αέριο, γράψτε τους αντίστοιχους νόμους των αερίων,
  - ii. υπολογίστε τα  $P, V, T$  σε κάθε θέση,
  - iii. κάντε τα διαγράμματα  $P - V$ ,  $P - T$ ,  $V - T$ .

Δίνεται  $P_0 = 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ ,  $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 10^3 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$ ,  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

**Λύση**

- i. Αρχικά επειδή βρίσκεται σε μεγάλη δεξαμενή είναι  $T = \text{σταθ}$ . Ισχύει ο Ν. Boyle:

$$P_A V_A = P_B V_B \quad (1)$$

Ακολούθως επειδή κρατάμε σταθερό το έμβολο είναι  $V = \text{σταθ}$ . Ισχύει ο Ν. Charles:

$$\frac{P_B}{T_B} = \frac{P_\Gamma}{T_\Gamma} \quad (2)$$

Στη συνέχεια επειδή η εσωτερική πίεση του αερίου είναι ίση με την εξωτερική (ατμοσφαιρική) συνεχώς είναι  $P = \text{σταθ}$ . Ισχύει ο Ν. Gay - Lussac:  $\frac{V_\Gamma}{T_\Gamma} = \frac{V_\Delta}{T_\Delta} \quad (3)$

Τέλος επειδή κρατάμε πάλι σταθερό το έμβολο είναι  $V = \text{σταθ}$ . Ισχύει ο Ν. Charles:

$$\frac{P_\Delta}{T_\Delta} = \frac{P_A}{T_A} \quad (4)$$

**ii. Κατάσταση Α:**

$$T_A = (273 + 27)\text{K} = 300\text{K}, \quad V_A = S \cdot x_1 = 1 \cdot 10^{-3}\text{m}^3$$

$$P_A = P_0 + h \cdot \rho_{\text{H}_2\text{O}} \cdot g = 2 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

**Κατάσταση Β:**

$$V_B = S(x_1 + x_2) = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3, \quad T_B = T_A = 300 \text{ K},$$

$$\text{N. Boyle (1)} \Rightarrow P_B = \frac{P_A V_A}{V_B} = \frac{4}{3} \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

**Κατάσταση Γ:**

$$V_\Gamma = V_B = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$P_\Gamma = P_0 = 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$\text{N. Charles: (2)} \Rightarrow T_\Gamma = \frac{P_\Gamma T_B}{P_B} = \frac{10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 300 \text{ K}}{\frac{4}{3} \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}} = 225 \text{ K}$$

**Κατάσταση Δ:**

$$P_\Gamma = P_\Delta = P_0 = 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$V_\Delta = V_A = 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\text{N. Gay-Lussac: (3)} \Rightarrow T_\Delta = \frac{T_\Gamma V_\Delta}{V_\Gamma} = \frac{225 \text{ K} \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3} \Rightarrow T_\Delta = 150 \text{ K}$$

iii.

